

6.1.4 Kontrakce délek

Předpoklady: 6103

Existuje na Zemi jev, na kterém je dilatace času opravdu vidět?

Př. 1: Částice mion má poločas rozpadu (doba, za kterou se rozpadne přibližně polovina částic) $2,2 \mu\text{s}$. Vysvětli, jak je možné, že tyto částice doletí k povrchu Země, i když vznikají v horních vrstvách atmosféry ve výšce 15 km a pohybují se směrem k Zemi rychlostí $v = 0,999 c$.

Jakou dráhu částice uletí podle klasické fyziky?

$$s = v \cdot t$$

$$s = 0,999 \cdot 300\,000\,000 \cdot 0,000\,002\,2 \text{ m} = 660 \text{ m}$$

Jak dlouho by mion musel žít, aby doletěl k zemi?

$$t = \frac{s}{v} = \frac{15000}{0,999 \cdot 300\,000\,000} \text{ s} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Kolikrát je potřebný čas delší než poločas rozpadu?

$$n = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2,2 \cdot 10^{-6}} = 22,7 = 23$$

Skoro všechny částice by se rozpadly před tím než by doletěly k povrchu Země, zbylo by jich jen $0,5^{23} = 1,2 \cdot 10^{-7}$ původního počtu

Nápad: mion letí velmi velkou rychlostí \Rightarrow jeho hodiny jdou o dost pomaleji. Na kolik se prodlouží jeho poločas rozpadu (z našeho pohledu)?

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{0,999^2 c^2}{c^2}}} \text{ s} = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ s} \quad - \text{ jen o trochu kratší doba než je potřeba k cestě}$$

na povrch Země \Rightarrow téměř polovina mionů doletí

Př. 2: Najdi nedostatek v předchozím vysvětlení experimentálního faktu, dopadu mionů na povrch Země.

Předchozí příklad vysvětluje, jak mohou miony doletět k povrchu Země z hlediska vnějšího pozorovatele. Vnější pozorovatel vidí miony letět velkou rychlostí \Rightarrow vidí, že pro miony plyne pomaleji a ony mají dostatek času, aby doletěly k povrchu Země.

Předchozí vysvětlení neplatí z hlediska mionů. Miony se samy vůči sobě nepohybují (naopak zdá se jim, že se nim strašlivou rychlostí blíží povrch Země) \Rightarrow jejich čas plyne normálně \Rightarrow nemají dost času, aby doletěly k povrchu Země.

\Rightarrow Na vysvětlení faktu, že miony doletí k povrchu Země z jejich pohledu naše dosavadní vědomosti nestačí \Rightarrow musí existovat další relativistický efekt, který ještě neznáme a který:

- buď nějakým způsobem prodlouží život mionů i z jejich pohledu
- nebo nějakým způsobem zkrátí dráhu, kterou musí miony uletět

Kontrakce délek

- relativistické zkrácení délek ve směru pohybu předmětu vůči pozorovateli = mion vidí vzdálenost od okraje atmosféry k povrchu Země kratší, protože se vůči této vzdálenosti

- pohybuje
- pozorovatel na Zemi tuto vzdálenost vidí normální, protože vůči ní stojí.
- vzorec: $l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ l_0 - vzdálenost, kterou naměří pozorovatel, který se vůči vzdálenosti nepohybuje (ze všech nejdelší), l - vzdálenost, kterou naměří pozorovatel, který se vůči ní pohybuje (vždy menší než l_0)
- vzdálenosti kolmé na směr pohybu se nezkracují

Dodatek: Odvození vzorce pouze pro zájemce

Nejdříve si ujasníme, že délka tyče je vzdálenost koncových bodů, jejichž polohu změříme současně vzhledem k soustavě, ve které měříme délku tyče (změřit současně pro všechny pozorovatele nejde pokud tyč nějakou délku má)

V čase $t = t' = 0$ s splývají počátky soustav souřadnic S a S' a v tomto počátku se nachází jeden konec tyče (označíme A), v tomto okamžiku vyšleme světlo k zrcadlu umístěném na druhém konci tyče (označíme Z)

Situace v tomto okamžiku je na obrázku:



Let paprsku po trase AZA trvá:

v soustavě S' dobu: $\Delta t_0 = \frac{2l_0}{c}$

v soustavě S dobu: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

doba, za kterou urazí světlo v soustavě S trasu AZ : $ct_1 = l + vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{c - v}$

doba, za kterou urazí světlo v soustavě S trasu ZA : $ct_2 = l - vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{c + v}$

celková doba letu světla v soustavě S :

$$\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = l \cdot \left(\frac{c + v + (c - v)}{c^2 - v^2} \right) = l \cdot \frac{2c}{c^2 - v^2}$$

pokračujeme v úpravách: $\Delta t = l \cdot \frac{2c}{c^2 - v^2} = l \cdot \frac{2c}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

vztahy $\Delta t_0 = \frac{2l_0}{c}$ a $\Delta t = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ dosadíme do vztahu pro dilataci času:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = l_0$$

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Př. 3: Urči, jak se díky kontrakci délek z pohledu mionů zkrátí dráha, kterou musí uletět. Miony vznikají ve výšce 15 km a letí k povrchu Země rychlostí $v = 0,999c$.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 15000 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,999c)^2}{c^2}} \text{ m} = 670 \text{ m}$$

Mion vidí, že musí urazit k povrchu Země vzdálenost 670 m (má tedy téměř poloviční pravděpodobnost, že k ní doletí).

Př. 4: Na oběžné dráze se potkají tři stejné rakety. Modrá vůči Zemi stojí, zelená se vůči Zemi pohybuje rychlostí $0,5c$ (ve směru kolmo od Slunce) a oranžová se ve stejném směru pohybuje rychlostí $0,99c$.

Která z lodí je nejkratší? Co uvidí piloti jednotlivých raket?

Chyba při čtení

Délka lodě závisí na soustavě, ze které ji měříme \Rightarrow není možné tvrdit, že je některá z nich kratší

Pohled pilota modré rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je trochu kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,5c$)
- oranžová raketa je o hodně kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)

Pohled pilota zelené rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,5c$)
- oranžová raketa je kratší než moje a nepatrně delší než modrá (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,49c$)

Pohled pilota oranžové rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je trochu kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,49c$)
- modrá raketa je o hodně kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)

Př. 5: Na oběžné dráze se potkají tři stejné rakety. Modrá vůči Zemi stojí, zelená se vůči Zemi pohybuje rychlostí $0,99c$ (ve směru kolmo od Slunce) a oranžová se vůči Zemi pohybuje rychlostí $0,99c$ ve směru kolmo k Slunci.
Která z lodí je nejkratší? Co uvidí piloti jednotlivých raket?

Chyba při čtení

Délka lodě závisí na soustavě, ze které ji měříme \Rightarrow není možné tvrdit, že je některá z nich kratší

Pohled pilota modré rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)
- oranžová raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)

Pohled pilota zelené rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)
- oranžová raketa je ještě kratší než modrá (pohybuje se vůči mě rychleji než $0,99c$ – kolik přesně nevím, protože sčítat rychlosti normálně v relativitě nemůžeme)

Pohled pilota oranžové rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí $0,99c$)
- zelená raketa je ještě kratší než modrá (pohybuje se vůči mě rychleji než $0,99c$ – kolik přesně nevím, protože sčítat rychlosti normálně v relativitě nemůžeme)

Př. 6: Co by musel Albert Einstein dělat při svádění své budoucí manželky, aby díky kontrakci délek vypadal hubenější než ve skutečnosti?

Musel by neustále běhat rychlostí blízkou rychlosti světla ke své lásce a od ní.

Shrnutí: Podobně jako pozorujeme v soustavách, které se vůči nám pohybují prodlužování času, pozorujeme v těchto soustavách také zkracování délek.