

4.6.5 Složený obvod střídavého proudu

Předpoklady: 4601, 4602, 4603, 4604

Přehled součástek:

	Odpor R	Kondenzátor C	Cívka L
„Odpor“ stejnosměrný obvod	R	∞	0
„Odpor“ střídavý obvod	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$X_L = \omega L$
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu	0	$\frac{\pi}{2}$ nejdřív proud pak napětí	$-\frac{\pi}{2}$ nejdřív napětí pak proud

V tabulce jsou zachyceny ideální případy. Zkusíme teď reálnou školní cívku 600 závitů. Připojíme cívku do stejnosměrného obvodu, neprochází přes ní nekonečný proud \Rightarrow cívka má nenulový odpor.
(je to jasné, je namotaná z drátu, který má sice malý odpor, ale závitů je hodně \Rightarrow chová se podobně jako rezistor)

Jaký je její odpor? (všechny hodnoty na dvě platné číslice, nejde o přesné měření).

Naměřené hodnoty: $U = 1,8 \text{ V}$, $I = 0,73 \text{ A}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,8}{0,73} \Omega = 2,5 \Omega$$

Cívka se ve stejnosměrném obvodu chová jako klasický rezistor o odporu $2,5 \Omega$.

Ve střídavém obvodu by se její „odpor“ měl zvětšit, začne indukovat protinapětí a projeví se její induktaance.

Spočteme jak.

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

počet závitů: $N = 600$, $l = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$

$S = \pi r^2 = \pi 0,025^2 \text{ m}^2 = 0,002 \text{ m}^2$ (plocha dutiny cívky, jde přibližně o kruh s průměrem 5 cm)

$\mu = \mu_0$ cívka má vzduchové jádro

Př. 1: Urči indukčnost školní cívky 600 závitů. Jaká bude její induktaance v obvodu o frekvenci 50 Hz ?

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l} = \mu_0 \frac{600^2 \cdot 0,002}{0,075} \text{ H} = 0,012 \text{ H}$$

$$\text{Induktaance cívky: } X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,012 \Omega = 3,8 \Omega$$

\Rightarrow celkový odpor cívky se střídavém obvodu by měl být $2,5 + 3,8 \Omega = 6,3 \Omega$

Ověříme pokusem:

Naměřené hodnoty: $U = 3,7 \text{ V}$, $I = 0,87 \text{ A}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,7}{0,87} \Omega = 4,3 \Omega$$

⇒ naměřená hodnota je překvapivě malá. I když uvážíme, že náš výpočet nebyl zcela přesný, vychází odečtením indukčnosti cívky na $4,3 \Omega - 2,5 \Omega = 1,8 \Omega$ ⇒ ani ne polovina spočtené hodnoty. Tak velkou chybu jsme snad neudělali.

Možné příčiny:

- špatný vzorec nebo špatně určené parametry cívky
- normální odpor cívky funguje ve střídavém obvodu jinak (ale my jsme si říkali, že funguje stejně)
- není možné jednoduše sčítat odpor a induktanci cívky

Poslední možnost není tak nesmyslná, jak se zdá na první pohled. Při našich úvahách jsme zapomněli na čtvrtou řádku tabulky: normální odpor a induktance cívky se liší fázovým posunem mezi proudem a napětím ⇒ obojí snižuje proud v obvodu, ale není to to samé. Působení cívky „svírá s působením odporu úhel 90° “.

Jakým způsobem se „sčítají“ věci, které svírají úhel 90° ?

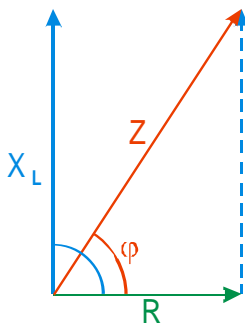
Pomocí Pythagorovy věty ⇒ zkusíme výsledný „odpor“ (značíme ho Z a říkáme mu **impedance**) spočítat pomocí Pythagorovy věty:

$Z = \sqrt{2,5^2 + 3,8^2} \Omega = 4,5 \Omega$, když srovnáme s naměřenou hodnotou $4,3 \Omega$, jde až o překvapivou shodu.

Zbývá ještě vyřešit, jaký bude v obvodu posun mezi napětím a proudem. Určitě bude mezi 0° (tak by to chtěl odpor) a 90° (tak by to chtěla induktance).

Induktance je větší než odpor ⇒ fázový posun by měl být blíž k 90° než k 0° ⇒ bude větší než 45° .

Nakreslíme obrázek:



Když využijeme pravouhlý trojúhelník kromě určení impedance i k určení fázového posunu, nabízí se vztah $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{3,8}{2,5} \Rightarrow \varphi = 56^\circ 40'$.

Shrňme: pro sériové zapojení cívka, odpor ve střídavém obvodu:

- Impedance (něco jako celkový odpor): $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$
- Fázový posun: $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$
- Ohmův zákon: $I = \frac{U}{Z}$

Př. 2: Reálná cívka s ohmickým odporem $R=50\ \Omega$ a indukčností $L=0,2\ \text{H}$ je připojena:

- ke stejnosměrnému zdroji napětí 5 V
- ke střídavému zdroji napětí 5V, 50 Hz

Urči v obou případech proud, který bude přes cívku procházet. Jaký bude fázový posun mezi napětím a proudem?

a) stejnosměrný zdroj napětí 5 V
roli hraje pouze ohmický odpor

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5}{50} \text{ A} = 0,1 \text{ A}$$

Fázový posun je nulový.

b) ke střídavému zdroji napětí 5V, 50 Hz

roli hraje jak ohmický odpor tak indukčnost \Rightarrow musíme určit impedanci

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{50^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2)^2} \ \Omega = 80,3 \ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{80,3} \text{ A} = 0,062 \text{ A}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2}{50} = 1,26 \Rightarrow \varphi = 51^\circ 21'$$

Př. 3: Při pokusu s cívku 600z s ocelovým jádrem ve střídavém obvodu byla paralelně zapojena cívka a reostat. V každé větvi byla jedna ze dvou identických žárovek. U stejnosměrného proudu byl reostat nastaven na 55 Ω . Po zapojení do stejnosměrného obvodu jsme museli zvětšit odpor na reostatu na 120 Ω . Urči indukčnost cívky.

Ze zapojení reostatu jsme zjistili:

- ve stejnosměrném obvodu ohmický odpor $R=55\ \Omega$
- ve střídavém obvodu celkovou impedanci $Z=120\ \Omega$

\Rightarrow ze vztahu pro impedanci můžeme určit indukčnost

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$$

$$Z^2 - R^2 = \omega^2 L^2$$

$$L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{120^2 - 55^2}}{2 \cdot \pi \cdot 50} \text{ H} = 0,34 \text{ H}$$

Cívka má s ocelovým jádrem indukčnost 0,34 H.

Pedagogická poznámka: Pokus z úvodu hodiny provádíme se studenty, aby sami zjistili, že normální sčítání nefunguje. Fázory zavádíme až v další hodině, cílem této je pouze zjistit, že u střídavého proudu je nutné postupovat opatrněji a brát v úvahu i rozdílné fázové posuny.

Shrnutí: Obyčejný odpor a induktanci cívky nemůžeme sčítat normálně, ale musíme použít Pythagorovu větu.