

1.3.3 Rovnoměrný pohyb po kružnici II

posuvný pohyb	pojítka	pohyb po kružnici
dráha s [m]	$s = \varphi r$	úhel φ [rad]
rychlost v [m/s] $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$v = \omega r$	úhlová rychlost [rad/s] $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
rovnoměrný pohyb		rovnoměrný pohyb po kružnici
$v = \text{konstanta}$		$\omega = \text{konstanta}$
$s = s_0 + vt$		$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

Př. 1: Plotna harddisku u počítačového serveru je otáčí rychlostí 7200 otáček za minutu. Urči, jakou úhlovou rychlostí se otáčí. Jakou rychlostí se pohybuje bod na jejím kraji? Server běží celý rok bez jediného vypnutí. Urči, jaký úhel a jakou vzdálenost urazí bod na jejím okraji. Průměr plotny je 9,5 cm.

$$\Delta \varphi = 7200 \text{ ot} = 14400\pi \text{ rad} \quad \Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \quad d = 9,5 \text{ cm} \Rightarrow r = 0,0475 \text{ m} \quad \omega = ?$$

$$v = ? \quad t = 1 \text{ rok} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 31536000 \text{ s} \quad \varphi = ? \quad s = ?$$

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{14400\pi}{60} \text{ rad/s} = 240\pi \text{ rad/s} \doteq 754 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega r = 754 \cdot 0,0475 \text{ m/s} = 35,8 \text{ m/s} = 129 \text{ km/h}$$

$$\varphi = \omega t = 754 \cdot 31536000 \text{ rad} = 2,38 \cdot 10^{10} \text{ rad}$$

$$s = \varphi r = 2,38 \cdot 10^{10} \cdot 0,0475 \text{ m} = 1,13 \cdot 10^9 \text{ m} = 1,13 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Dosadíme do vzorce $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$: Perioda je doba nutná k otočení o jednu otáčku – úhel 2π .

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (\text{použili jsme vzorec } \frac{1}{T} = f)$$

Př. 2: Dětský kolotoč se otáčí s periodou 3,5 s. Urči frekvenci jeho pohybu, jeho úhlovou rychlost a rychlost, se kterou se pohybují děti, jejich sedačka je 2 m od středu kolotoče.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,5} \text{ Hz} = 0,29 \text{ Hz}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3,5} \text{ rad/s} = 1,80 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 2}{3,5} \text{ m/s} = 3,59 \text{ m/s}$$

Př. 3: Urči frekvenci otáčení kola automobilu, který jede po dálnici rychlostí 130 km/h. Průměr kola je 50 cm.

$$v = \omega \cdot r = 2\pi f \cdot r \Rightarrow f = \frac{v}{2\pi r}$$

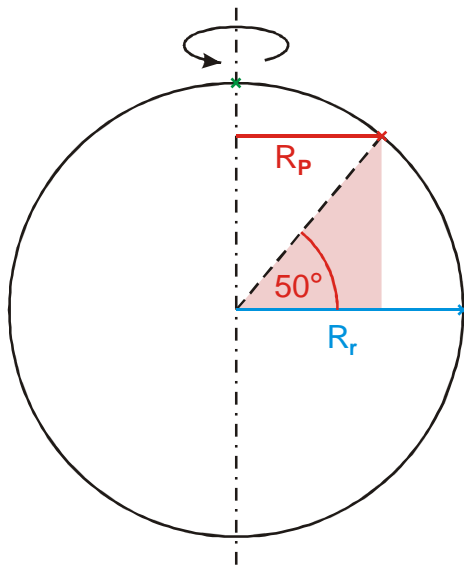
$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{36}{2 \cdot \pi \cdot 0,25} \text{ Hz} = 23 \text{ Hz}$$

Př. 4: Vypočti úhlovou rychlost, kterou se pohybuje člověk stojící na povrchu Země ($R_Z = 6378 \text{ km}$) kvůli její rotaci kolem osy. Pomocí této rychlosti obvodovou rychlost, kterou se pohybuje člověk, který stojí:

- a) na rovníku b) v Praze (50° severní šířky) c) na pólu

$$R_Z = 6378 \text{ km} = 6378000 \text{ m} = R_r$$

$$T = 1 \text{ den} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$



Kolmá vzdálenost Prahy od osy otáčení Země:

$$\frac{R_p}{R} = \cos 50^\circ \Rightarrow R_p = R \cdot \cos 50^\circ = 6378 \cdot \cos 50^\circ = 4100 \text{ km}.$$

Kolmá vzdálenost pólu od osy otáčení Země: $R_t = 0 \text{ m}$.

Všechny body na Zemi se otáčejí se stejnou úhlovou rychlostí. Obvodovou rychlost určíme pomocí vztahu $v = \omega r$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{84600} \text{ rad/s} = 0.0000743 \text{ rad/s}$$

a) $v_r = \omega R = 0.0000743 \cdot 6378000 \text{ m/s} = 464 \text{ m/s}$

b) $v_p = \omega R_p = 0.0000743 \cdot 3974000 \text{ m/s} = 289 \text{ m/s}$

c) $v_t = \omega R_t = 0.0000743 \cdot 0 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s}$ (to jsme ani nemuseli počítat)

Př. 5: Filmová kamera snímá 24 obrázků za sekundu. Spočti, při jakých reálně možných rychlostech automobilu se bude na filmovém plátně zdát, že se jeho kola neotáčejí. Průměr kol je 40 cm, jejich disky mají na sobě trojcípou hvězdu.

$$f = \frac{1}{3} f_0 \quad v = \omega \cdot r = 2\pi f \cdot r = 2\pi \frac{1}{3} f_0 \cdot r = \frac{2}{3} \pi f_0 \cdot r$$

$$v = \frac{2}{3} \pi f_0 \cdot r = \frac{2}{3} \pi \cdot 24 \cdot 0,2 = 10 \text{ m/s}$$

Auto musí jet rychlostí 36 km/h nebo násobkem této rychlosti.

Př. 6: Rychlost bodu na kraji rotujícího kotouče na 6 m/s. Rychlost druhého bodu, který je o 20 cm k ose otáčení blíže, je jen 4 m/s. Urči úhlovou rychlost otáčení kotouče a jeho poloměr.

$$v_1 = 6 \text{ m/s} \quad v_2 = 4 \text{ m/s} \quad r_1 = r_2 - 0,2 \text{ m} \quad r_2 = ?$$

$$\omega = \frac{v}{r} \quad \text{tedy pro první bod: } \omega = \frac{v_1}{r_1}, \text{ a pro druhý bod: } \omega = \frac{v_2}{r_2}$$

$$\frac{v_2}{r_2} = \frac{v_1}{r_1} \quad r_2 v_1 = r_1 v_2 \quad r_2 v_1 = (r_2 - 0,2) v_2 \quad r_2 v_1 = r_2 v_2 - 0,2 v_2 \quad r_2 v_2 - r_2 v_1 = 0,2 v_2$$

$$r_2 = \frac{0,2 v_2}{v_2 - v_1} \quad \omega = \frac{v_2}{r_2} = \frac{v_2}{\frac{0,2 v_2}{v_2 - v_1}} = \frac{v_2 (v_2 - v_1)}{0,2 v_2} = \frac{v_2 - v_1}{0,2}$$

$$r = \frac{0,2 v}{v - v_1} = \frac{0,2 \cdot 6}{6 - 4} = 0,6 \text{ m} \quad \omega = \frac{v - v_1}{0,2} \quad \omega = \frac{6 - 4}{0,2} = 10 \text{ rad/s}$$